COM783 – Modelagem de Ligas com Memória de Forma

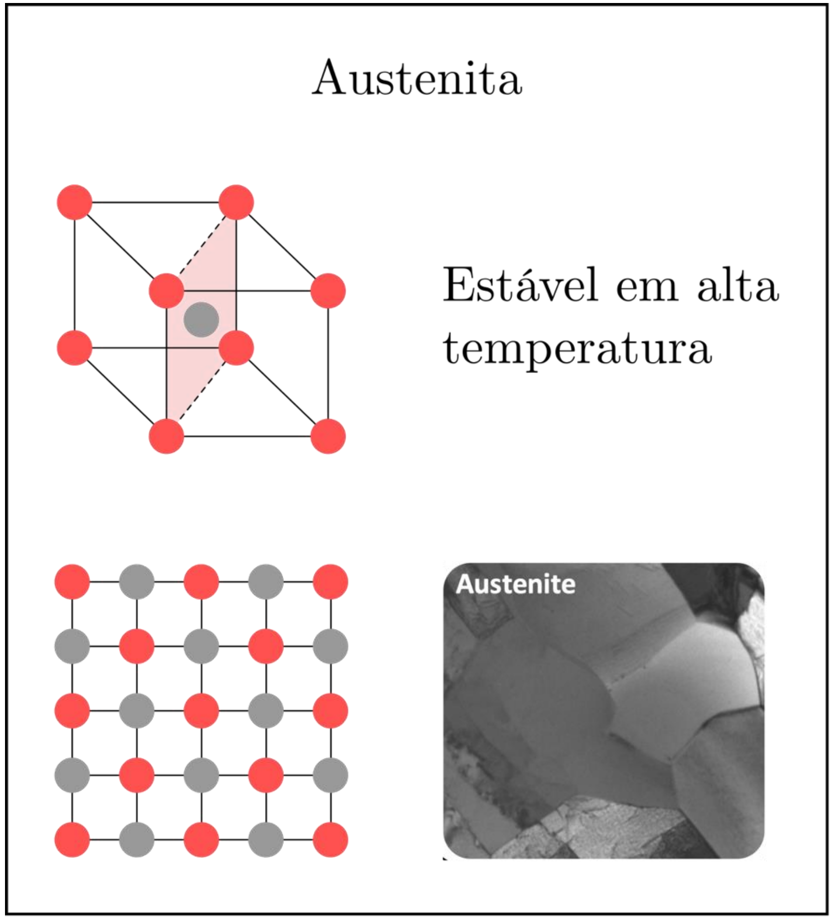
Prof. Luã G. Costa

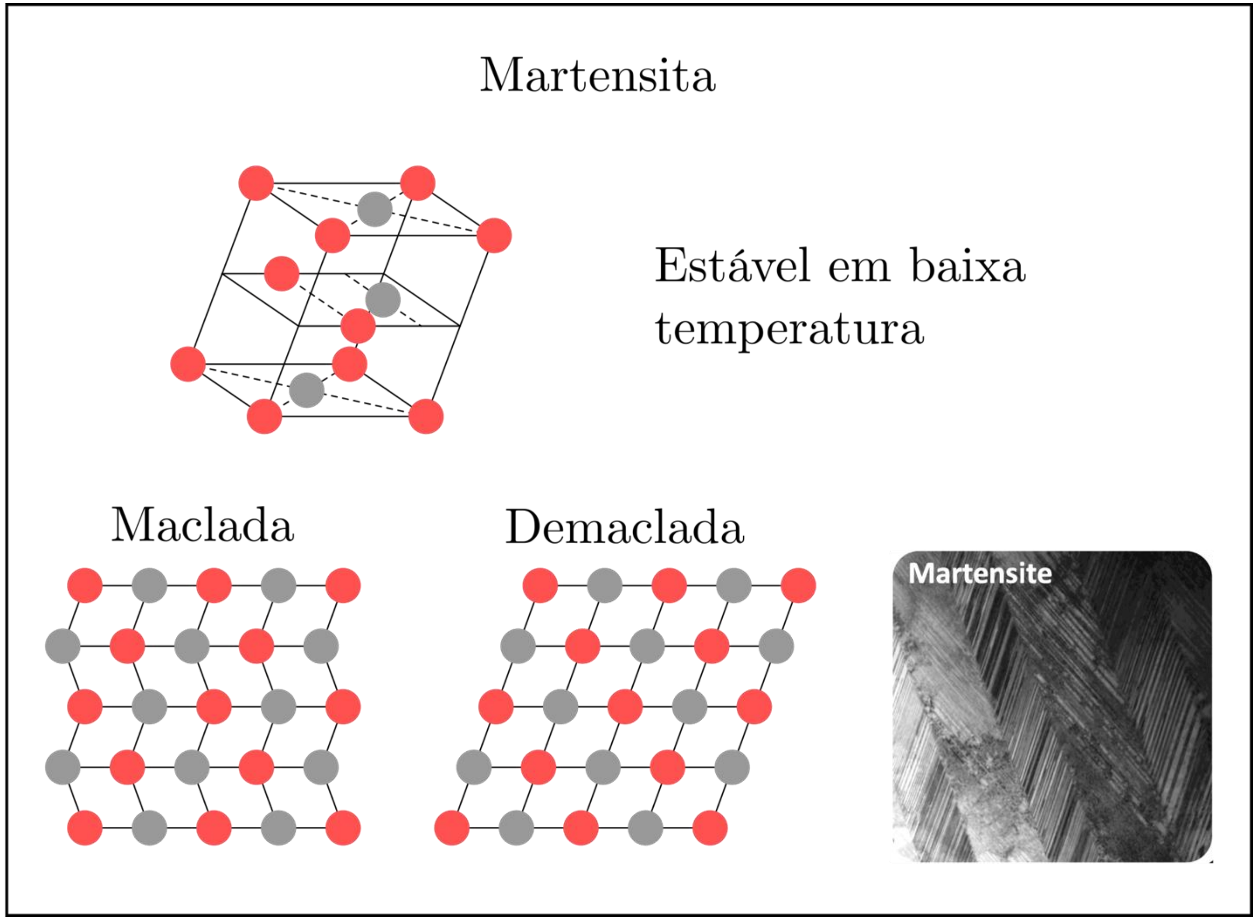
Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ)

Programa de Engenharia Mecânica (PEM)

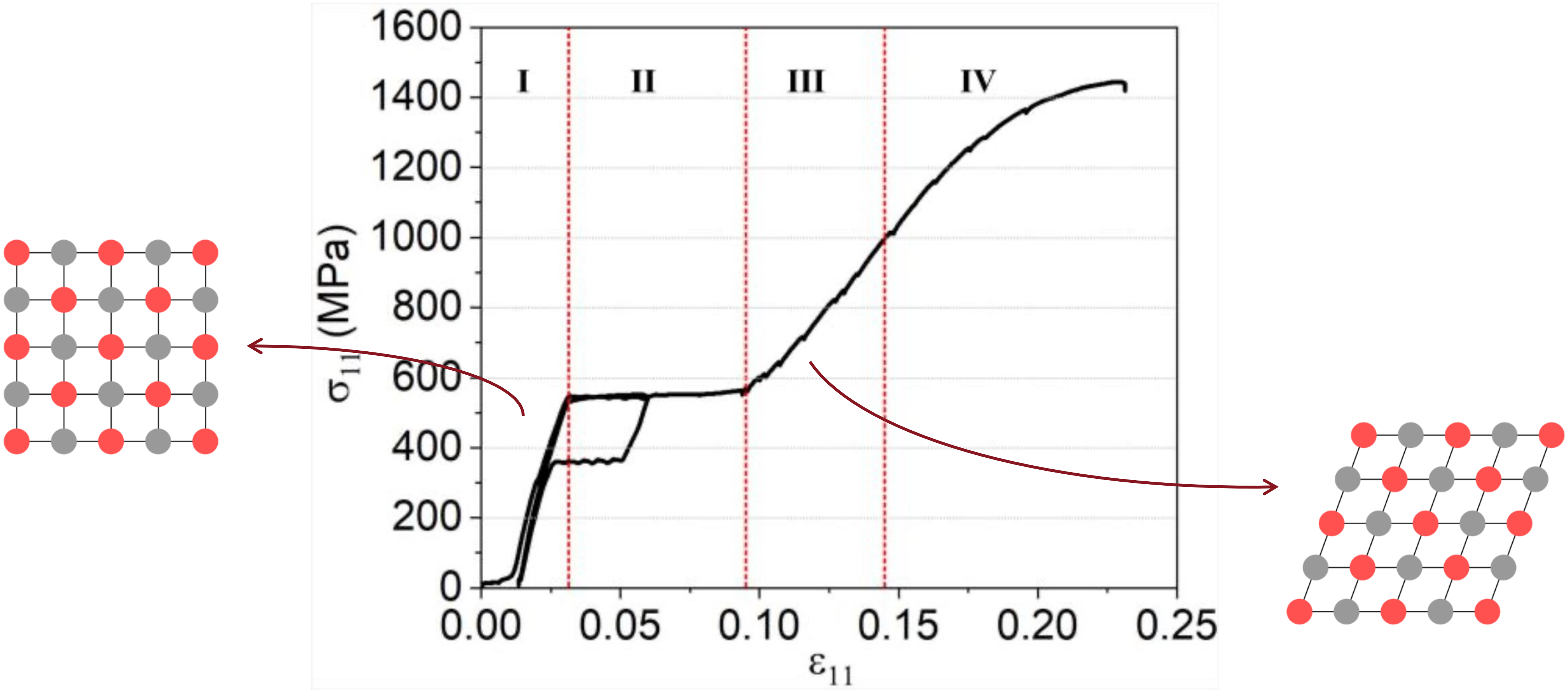
Deformação em Ligas com Memória de Forma

→ **Mecanismo de transformação de fase tipo sólido-sólido**





Deformação em Ligas com Memória de Forma

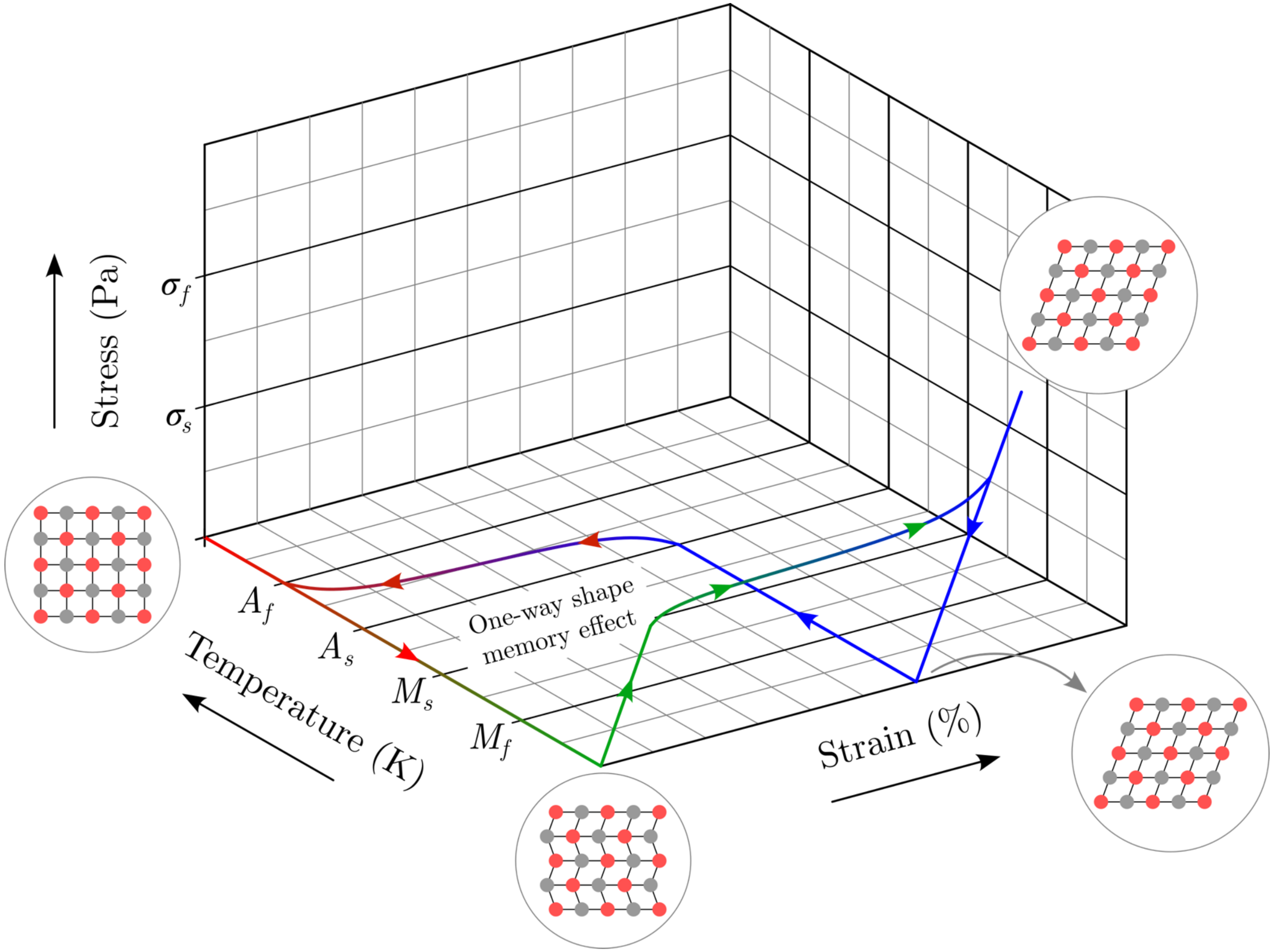


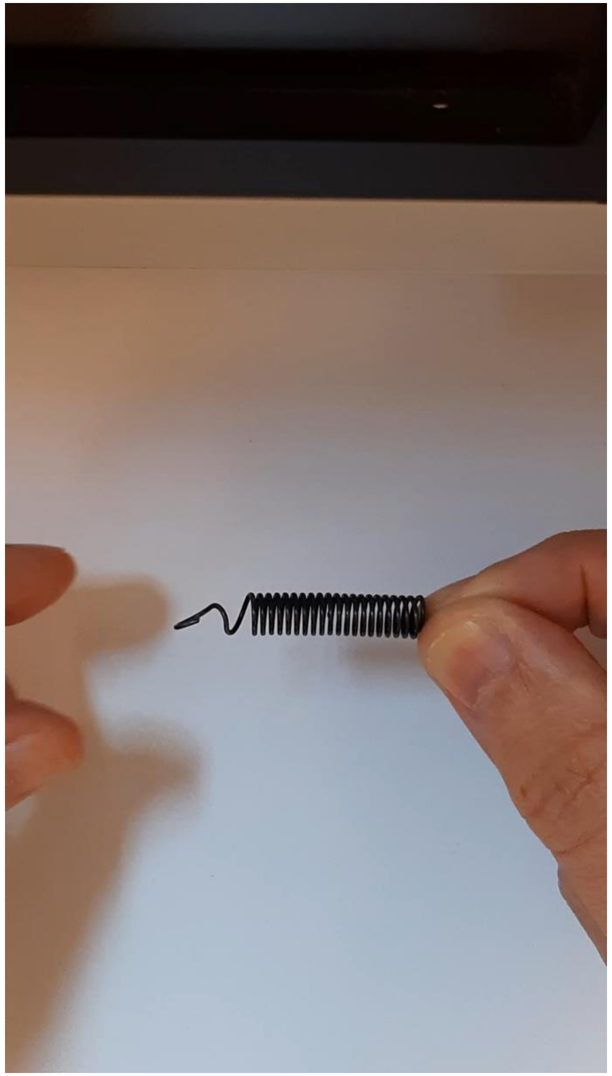
Dornelas (2020)

Efeitos Termomecânicos em Ligas SMA

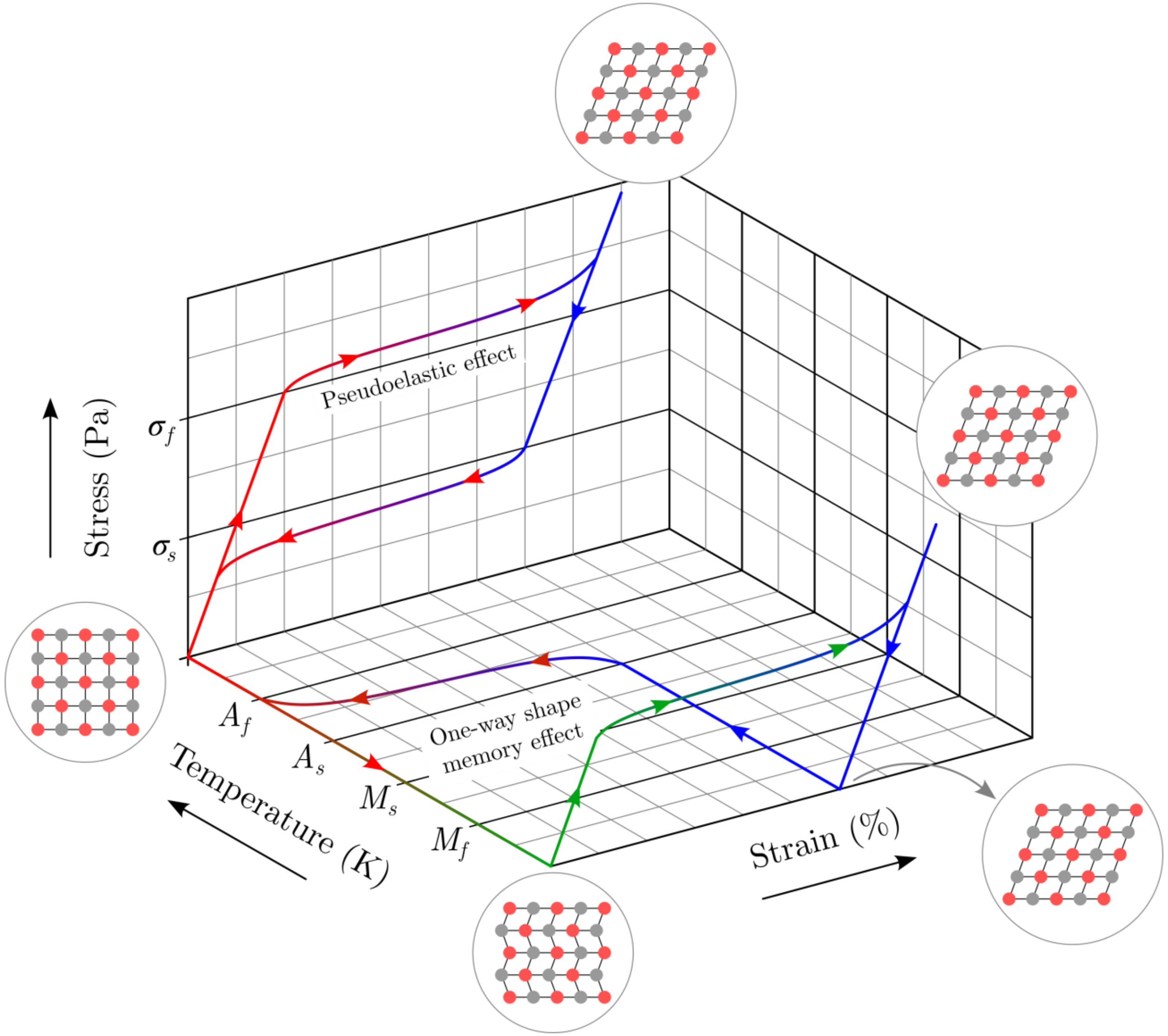
- → **Efeito Memória de Forma (One-Way)**
- → **Efeito Pseudoelástico**
- → **Transformação de Fase Induzida por Temperatura**
- → **Efeito Memória de Forma Bidirecional (Two-Way)**
- → **Assimetria Tensão-Compressão**
- → **Plasticidade Induzida por Transformação de Fase**
- → **...**

Efeito Memória de Forma



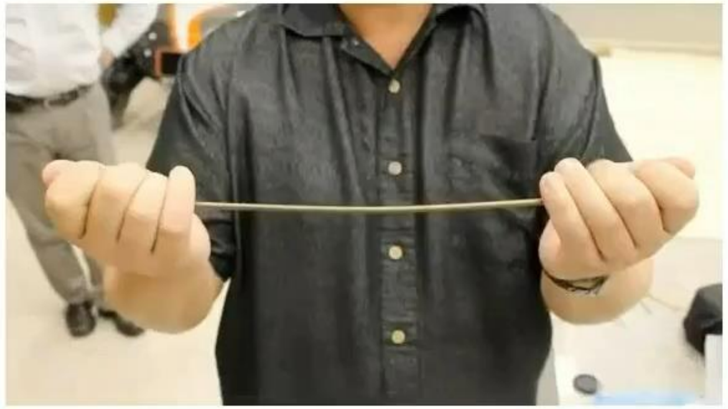


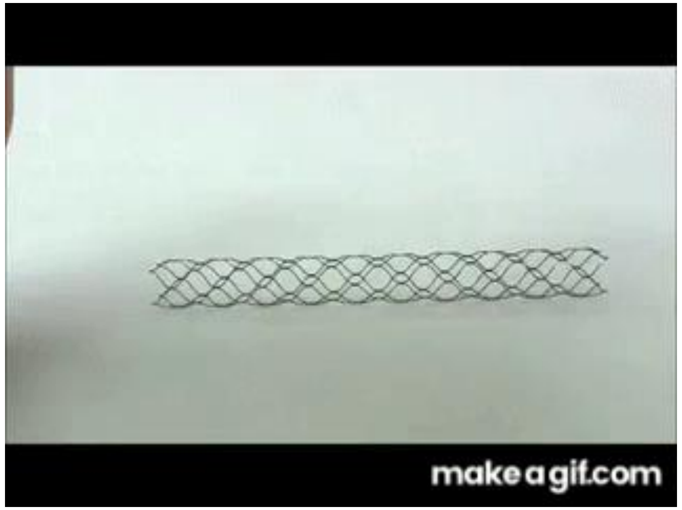
Efeito Pseudoelástico (Superelástico)



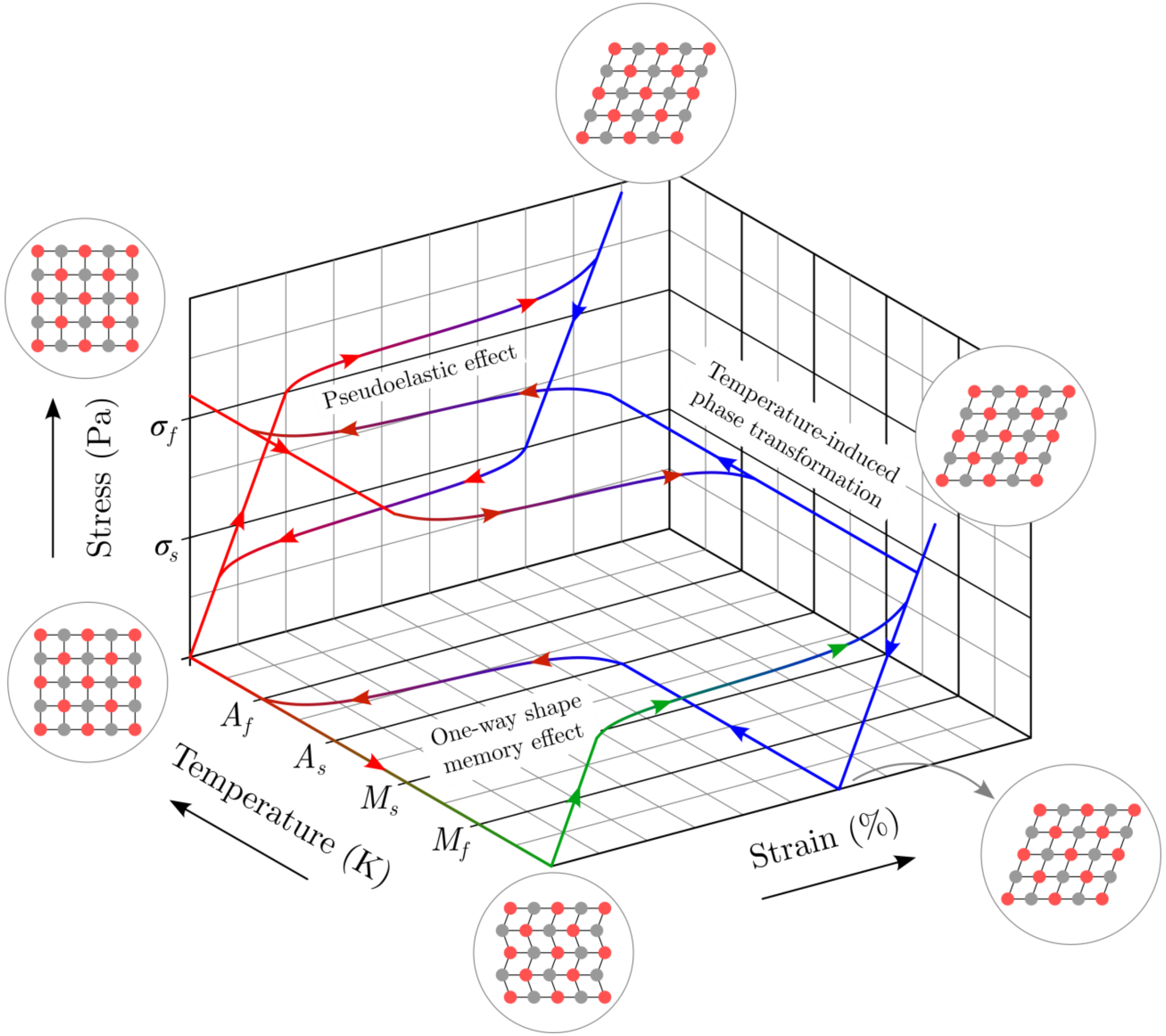
Shape Memory Alloy

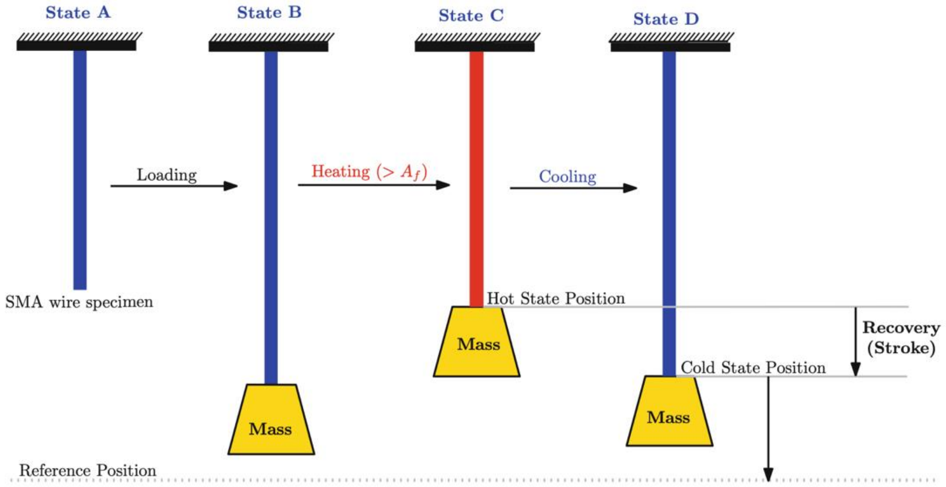
Reversible Pseudoelasticity



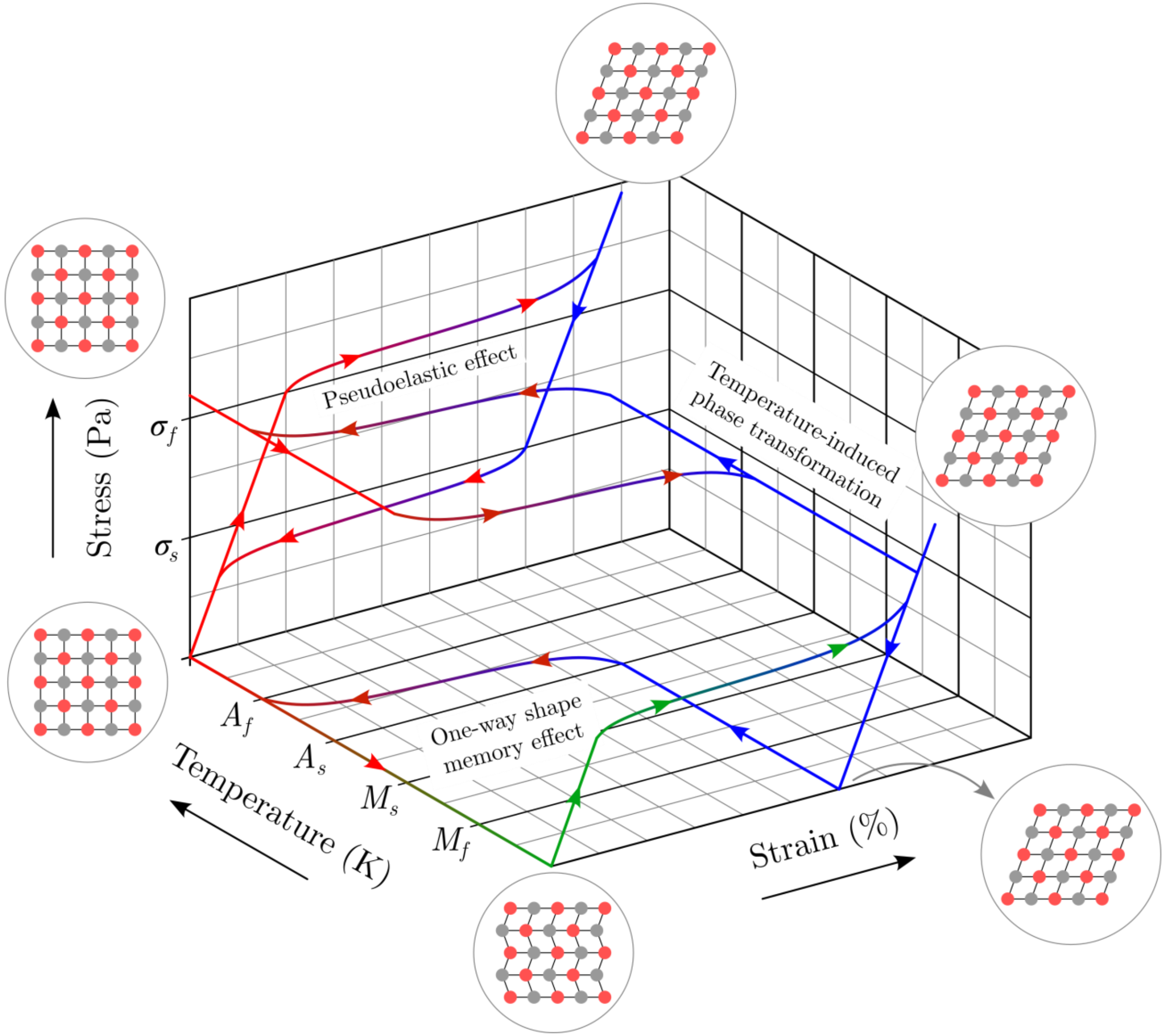


Transformação de Fase Induzida por Temperatura





Transformação de Fase Induzida por Temperatura



→ **Two-Way Shape Memory Effect (Bidirecional) se tensão for residual**

→ **Feita por treinamento (repetição de estímulos específicos diversas vezes)**

Equações Constitutivas

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^R + \boldsymbol{\sigma}^I = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$$

$$s = s^R + s^I = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}} \right)$$

$$\boldsymbol{B} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\boldsymbol{\beta}}}$$

$$\boldsymbol{g} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{q}}$$

Modelo Fenomenológico Polinomial de Falk (1980)

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^R + \boldsymbol{\sigma}^I = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$$

$$s = s^R + s^I = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}}\right)$$

$$\boldsymbol{B} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\boldsymbol{\beta}}}$$

$$\boldsymbol{g} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{q}}$$

→ Modelo mais simples de todos

→ Energia livre dependente da deformação cisalhante e temperatura. (Aplicável somente em monocristais).

$$\rho\psi(\varepsilon, \theta) = \frac{a}{2}(\theta - \theta_M)\varepsilon^2 - \frac{b}{4}\varepsilon^4 + \frac{b^2}{24a(\theta_A - \theta_M)}\varepsilon^6$$

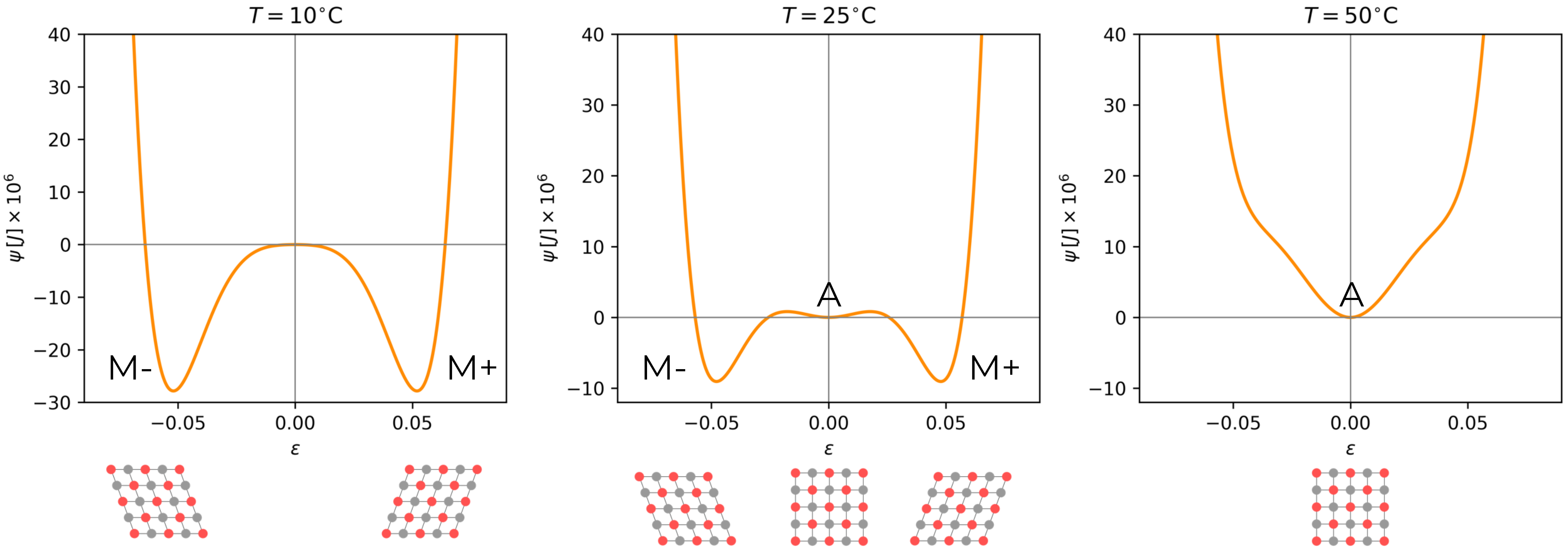
→ Considera fase Austenínica (A), Martensíticas (M+) e (M-)

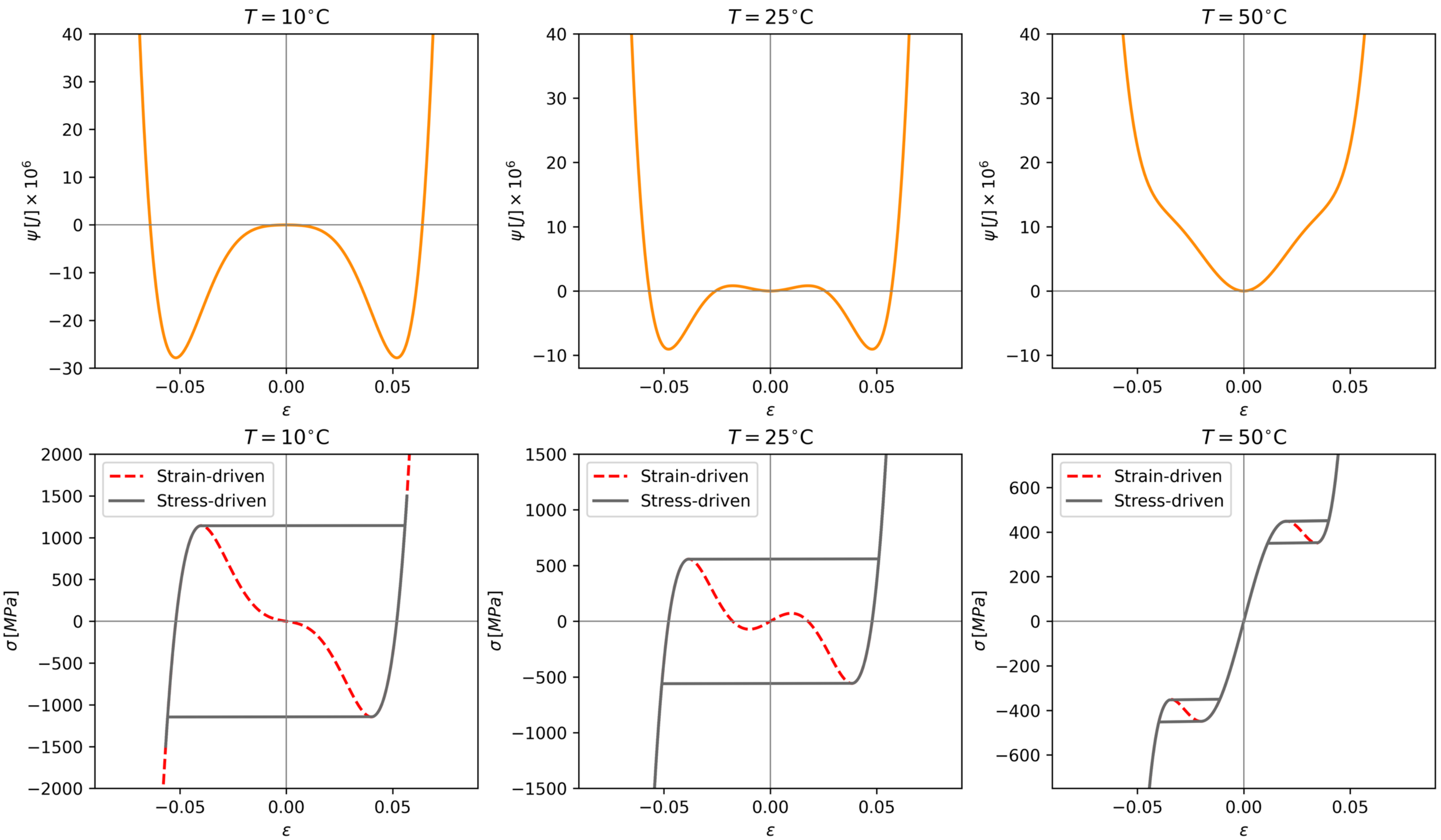
$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = a(\theta - \theta_M)\varepsilon - b\varepsilon^3 + \frac{b^2}{4a(\theta_A - \theta_M)}\varepsilon^5$$

$$s = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -\frac{a}{2}\varepsilon$$

Modelo Fenomenológico Polinomial de Falk (1980)

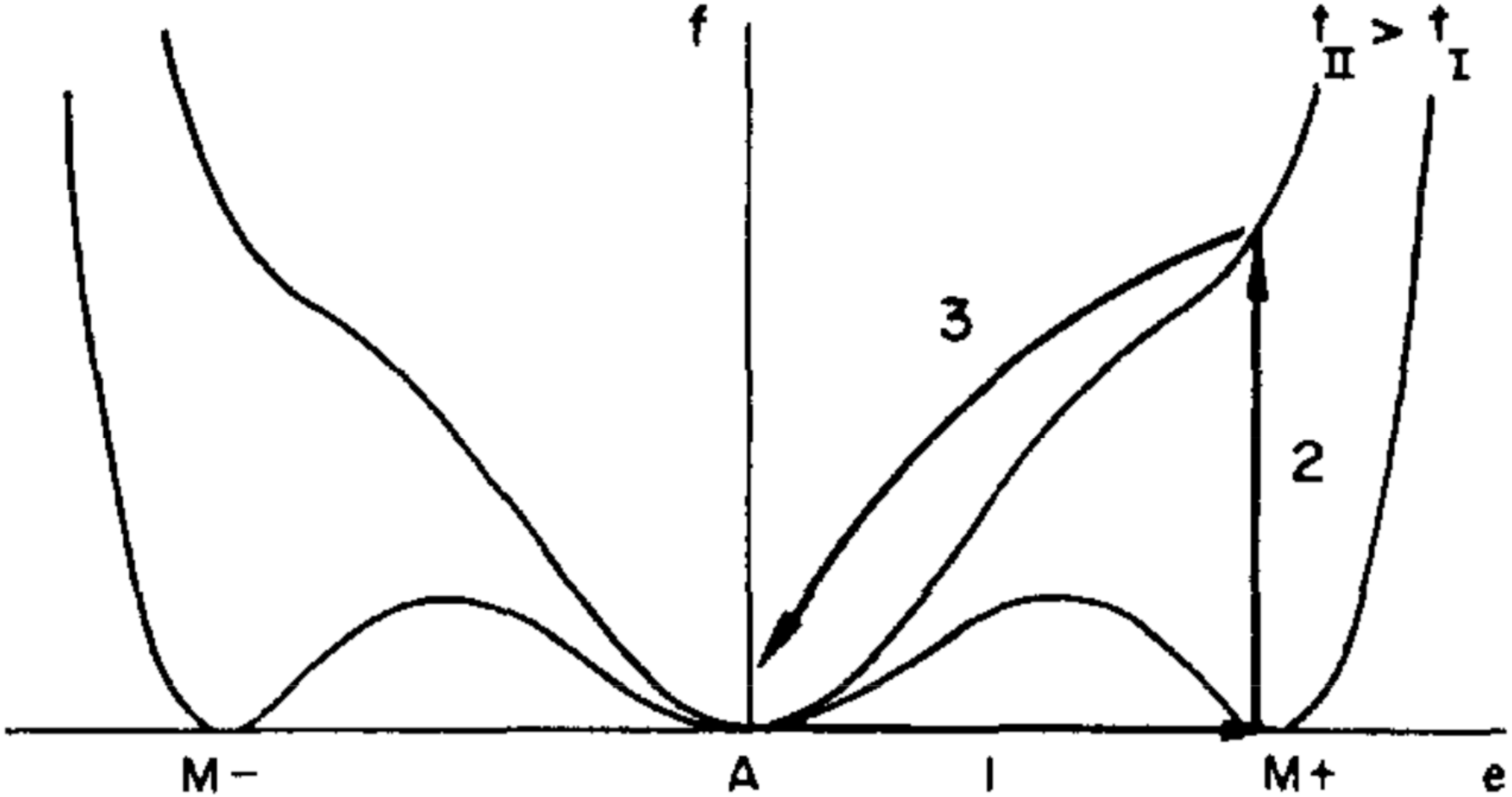
$$\rho\psi(\varepsilon,\theta) = \frac{a}{2}(\theta - \theta_M)\varepsilon^2 - \frac{b}{4}\varepsilon^4 + \frac{b^2}{24a(\theta_A - \theta_M)}\varepsilon^6$$




$T = 10^{\circ}$C
$T = 25^{\circ}$C
$T = 50^{\circ}$C
$\psi\,[J] \times 10^6$
ε
$\sigma\,[MPa]$
Strain-driven
Stress-driven

Modelo Polinomial de Falk (1980) – Efeito Memória de Forma

→ **Descrito através da energia livre:**



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

→ **Considera uma abordagem ligeiramente diferente:**

$$\boxed{\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon},\theta,\beta) = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\varepsilon}}}$$

→ **Assumindo a forma de taxa:**

$$\dot{\bar{\sigma}}(\bar{\varepsilon},\theta,\beta) = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}}\dot{\bar{\varepsilon}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \theta}\dot{\theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \beta}\dot{\beta} \longrightarrow \boxed{\dot{\bar{\sigma}}(\bar{\varepsilon},\theta,\beta) = \mathbb{C}\dot{\bar{\varepsilon}} + \gamma\dot{\beta} + \Theta\dot{\theta}}$$

Quantidade de Martensita no material $(0 \leq \beta \leq 1)$

Módulo de Elasticidade

Tensor Termoelástico

Tensor Transformação (Mudança de volume durante Transformação de fase)

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

→ **A equação constitutiva:**

$$\boxed{\dot{\bar{\sigma}}(\bar{\varepsilon},\theta,\beta) = \mathbb{C}\dot{\bar{\varepsilon}} + \gamma\dot{\beta} + \Theta\dot{\theta}}$$

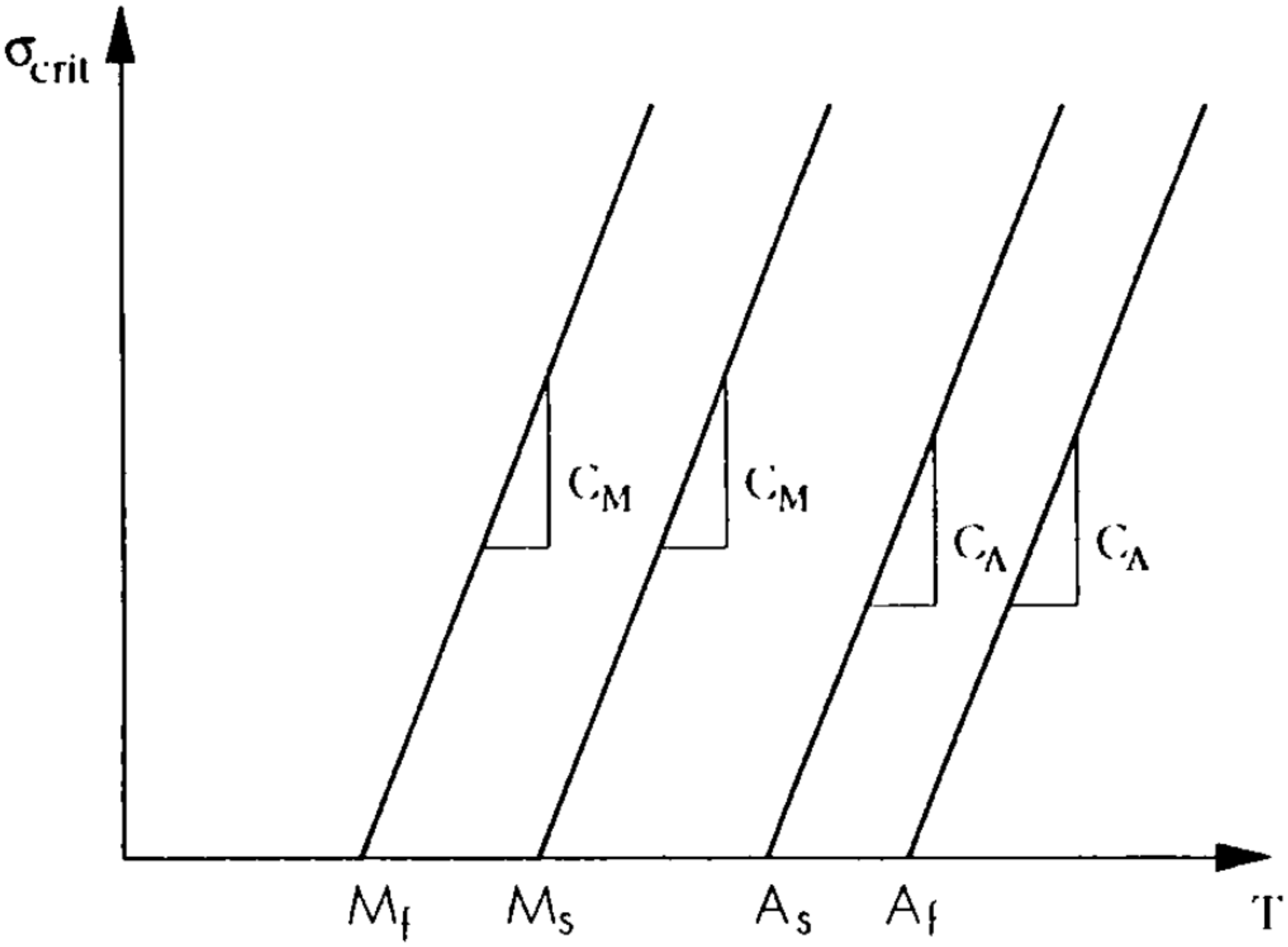
→ **Assumindo $\mathbb{C}$, γ e Θ constantes e integrando no tempo:**

$$\int_{t_0}^{t} \dot{\bar{\sigma}}\, dt = \int_{t_0}^{t} \left[\mathbb{C}\dot{\bar{\varepsilon}} + \gamma\dot{\beta} + \Theta\dot{\theta}\right] dt$$

$$\bar{\sigma}(t) - \bar{\sigma}(t_0) = \mathbb{C}[\bar{\varepsilon}(t) - \bar{\varepsilon}(t_0)] + \gamma[\beta(t) - \beta(t_0)] + \Theta[\theta(t) - \theta(t_0)]$$

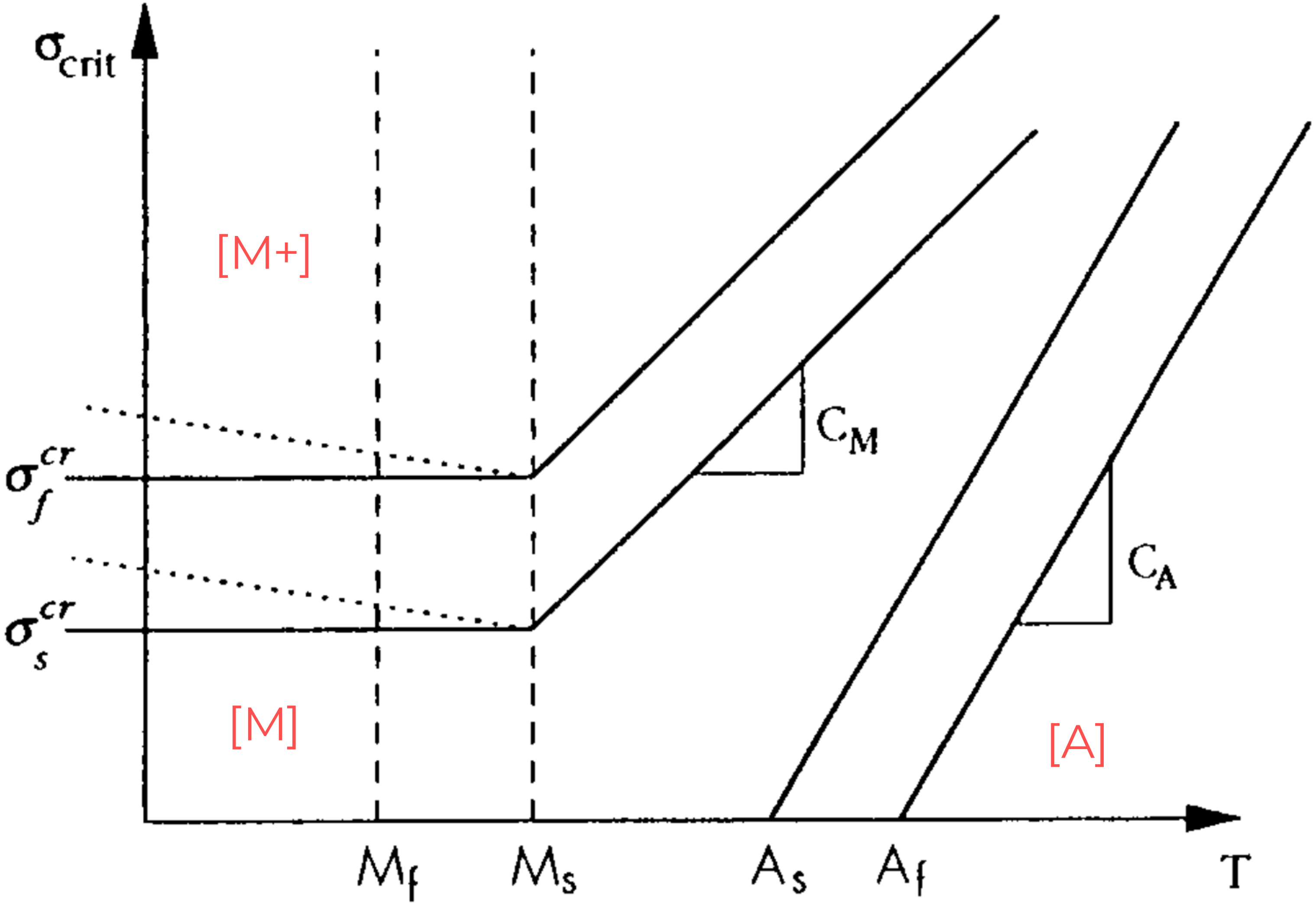
$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + \gamma(\beta - \beta_0) + \Theta(\theta - \theta_0)}$$

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



Liang (1990)

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



$$\boxed{\beta = \beta_T + \beta_S}$$

Martensita induzida por temperatura

Martensita induzida por tensão

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

→ **Acoplando a nova condição à equação constitutiva:**

$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + \gamma(\beta - \beta_0) + \Theta(\theta - \theta_0)} \qquad \boxed{\beta = \beta_T + \beta_S}$$

$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + \gamma_S(\beta_S - \beta_{S0}) + \gamma_T(\beta_T - \beta_{T0}) + \Theta(\theta - \theta_0)}$$

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

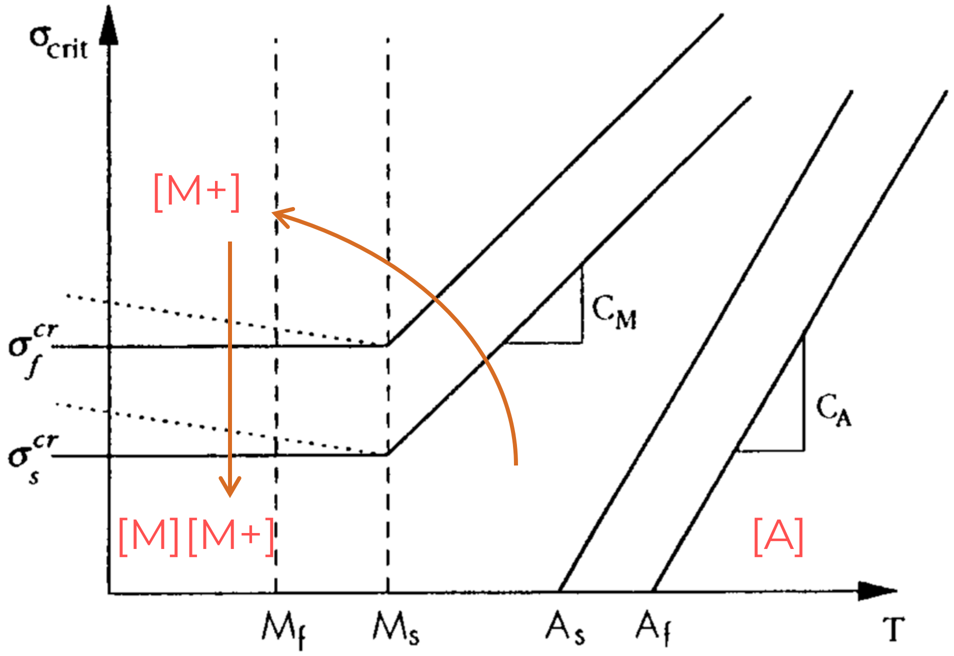
→ **A equação constitutiva:**

$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + \gamma_S(\beta_S - \beta_{S0}) + \gamma_T(\beta_T - \beta_{T0}) + \Theta(\theta - \theta_0)}$$

→ **Aplicandouma transformação máxima de austenita para martensita demaclada, e descarregando após isso:**

$$\underbrace{\begin{array}{ll} \bar{\sigma}_0 = \bar{\varepsilon}_0 = 0 & \bar{\sigma} = 0 \\ \beta_{S0} = \beta_{T0} = 0 & \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_R \\ & \beta_S = 1 \\ & \beta_T = 0 \\ & \theta = \theta_0 \; (M_s > \theta > A_s) \end{array}}$$

$$\boxed{\gamma_S = -\mathbb{C}\bar{\varepsilon}_R}$$



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

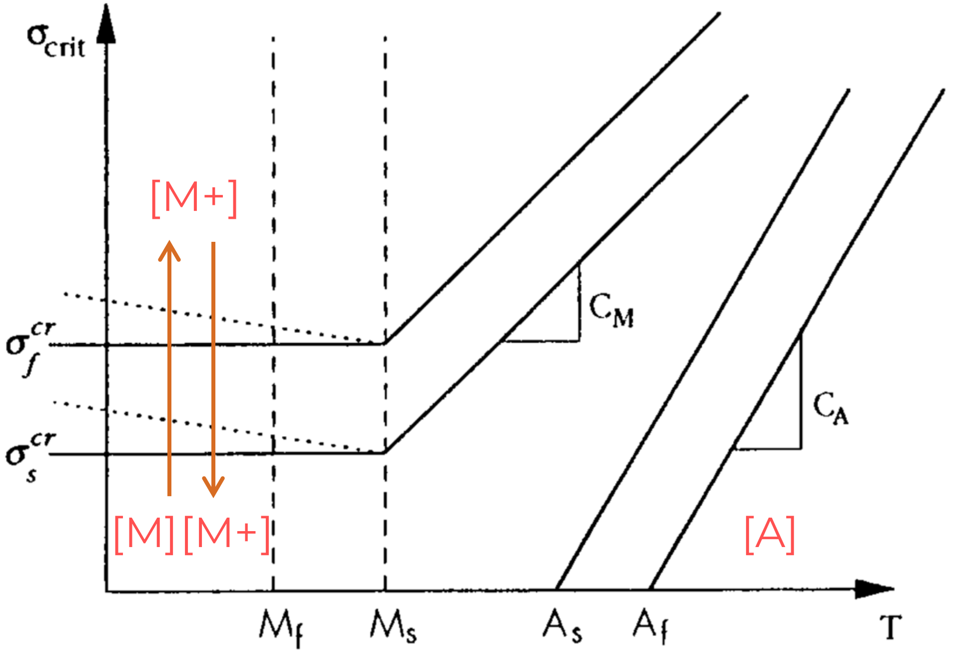
→ **A equação constitutiva:**

$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + -\mathbb{C}\bar{\varepsilon}_R(\beta_S - \beta_{S0}) + \gamma_T(\beta_T - \beta_{T0}) + \Theta(\theta - \theta_0)}$$

→ **Aplicando agora uma transformação máxima de martensita maclada para martensita demaclada, e descarregando após isso :**

$$\bar{\sigma}_0 = \bar{\varepsilon}_0 = 0 \qquad \bar{\sigma} = 0$$
$$\beta_{S0} = 0 \qquad \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_R$$
$$\beta_{T0} = 1 \qquad \beta_S = 1$$
$$\beta_T = 0$$
$$\theta = \theta_0$$

$$0 = \mathbb{C}\bar{\varepsilon}_R - \mathbb{C}\bar{\varepsilon}_R - \gamma_T \longrightarrow \boxed{\gamma_T = 0}$$



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

→ **A equação constitutiva:**

$$\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_0) + \gamma_S(\beta_S - \beta_{S0}) + \Theta(\theta - \theta_0)$$

→ **Considerando o módulo de elasticidade variável com a fase:**

$$\mathbb{C}(\beta) = \mathbb{C}_a + \beta(\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_a)$$

Módulo elástico em 100% de martensita

Módulo elástico em 100% de austenita

→ **Resulta em um tensor transformação também variável:**

$$\gamma_S(\beta) = -\mathbb{C}(\beta)\bar{\varepsilon}_R$$

Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)

→ **Resultando na forma final da equação constitutiva:**

$$\boxed{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = \mathbb{C}(\beta)\bar{\varepsilon} - \mathbb{C}(\beta_0)\bar{\varepsilon}_0 + \gamma_S(\beta)\beta_S - \gamma_S(\beta_0)\beta_{S0} + \Theta(\theta - \theta_0)}$$

$$\boxed{\mathbb{C}(\beta) = \mathbb{C}_a + \beta(\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_a)}$$

$$\boxed{\gamma_S(\beta) = -\mathbb{C}(\beta)\bar{\varepsilon}_R}$$

→ A evolução de β é assumida ser da forma de cossenos (Transformação assumida)

Conversão para Martensita Demaclada [M+]

Para $\theta > M_s$ e $\sigma_s^{cr} + C_M(\theta - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(\theta - M_s)$:

$$\beta_S = \frac{1-\beta_{S0}}{2}\cos\left\{\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}}\left[\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(\theta - M_s)\right]\right\} + \frac{1+\beta_{S0}}{2}$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1-\beta_{S0}}(\beta_S - \beta_{S0})$$

Para $\theta < M_s$ e $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$:

$$\beta_S = \frac{1-\beta_{S0}}{2}\cos\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}}(\sigma - \sigma_f^{cr})\right] + \frac{1+\beta_{S0}}{2}$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1-\beta_{S0}}(\beta_S - \beta_{S0}) + \Delta_{T\beta}$$

Sendo, se $M_f < \theta < M_s$ e $\theta < \theta_0$:

$$\Delta_{T\beta} = \frac{1-\beta_{S0}}{2}\left\{\cos\left[\frac{\pi}{M_s - M_f}(\theta - M_f)\right] + 1\right\}$$

Caso contrário:

$$\Delta_{T\beta} = 0$$

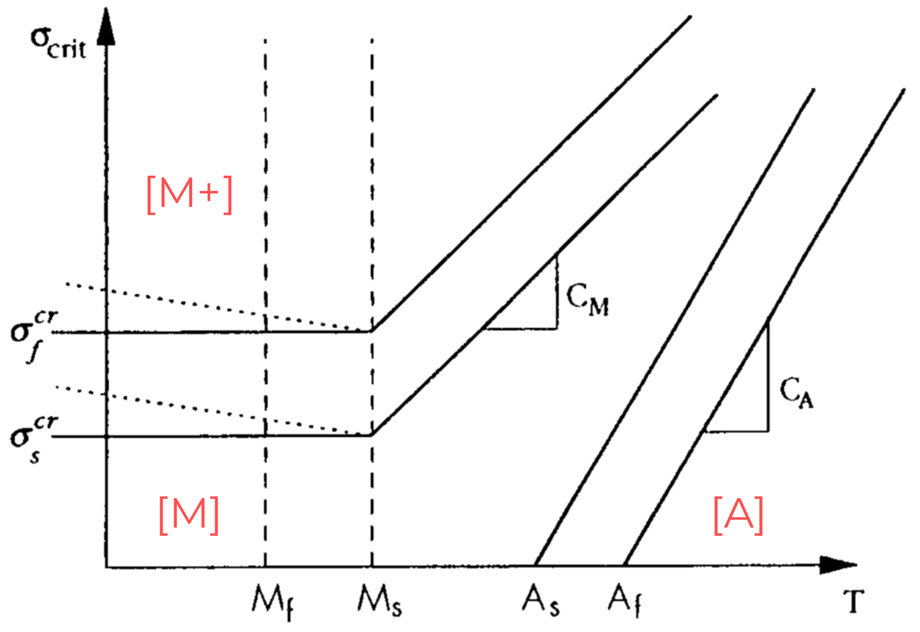
Conversão para Austenita [A]

Para $\theta > A_s$ e $C_A(\theta - A_f) < \sigma < C_A(\theta - A_s)$:

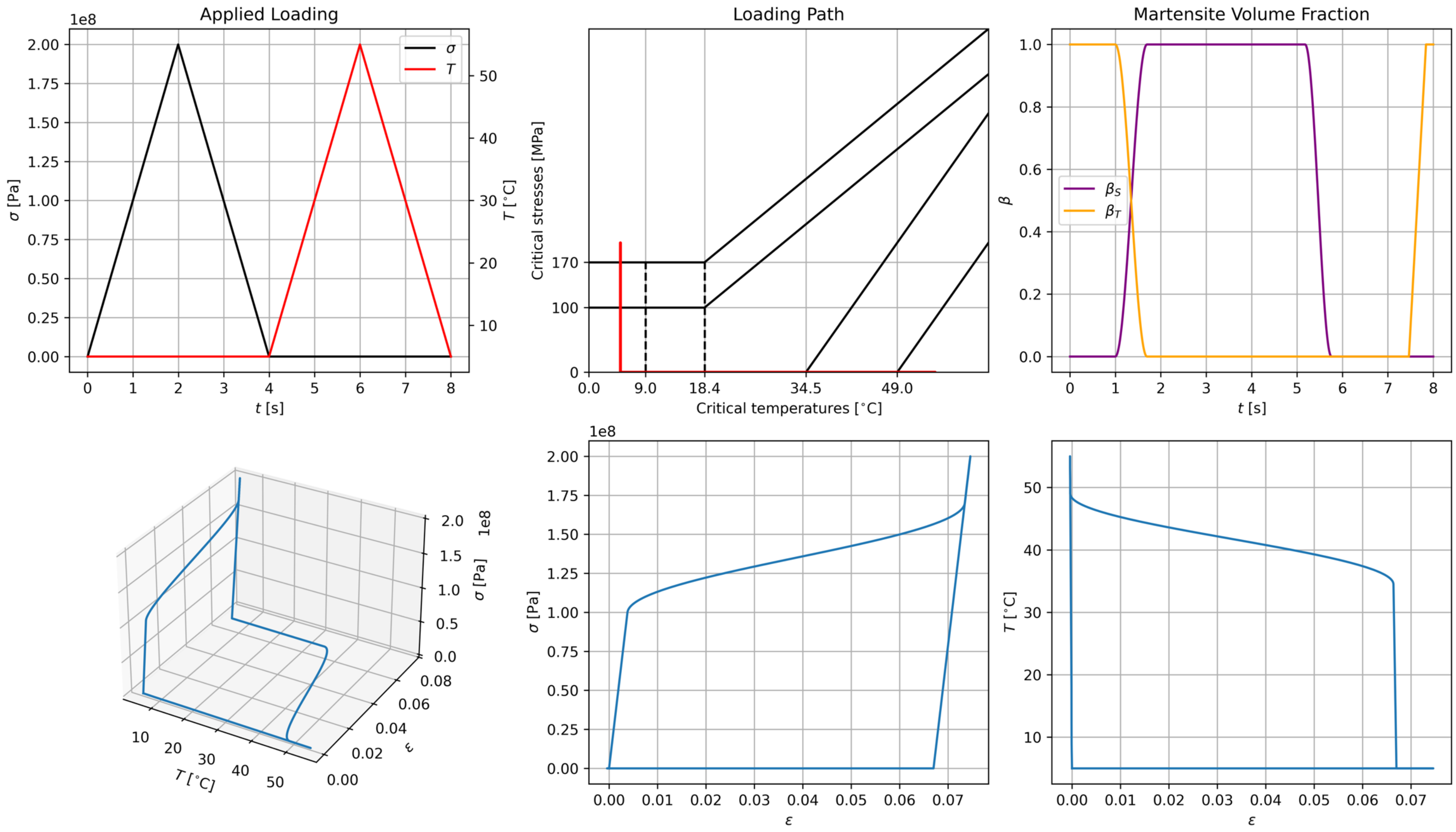
$$\beta = \frac{\beta_0}{2}\left\{\cos\left[\frac{\pi}{A_f - A_s}\left(\theta - A_s - \frac{\sigma}{C_A}\right)\right] + 1\right\}$$

$$\beta_S = \beta_{S0} - \frac{\beta_{S0}}{\beta_0}(\beta_0 - \beta)$$

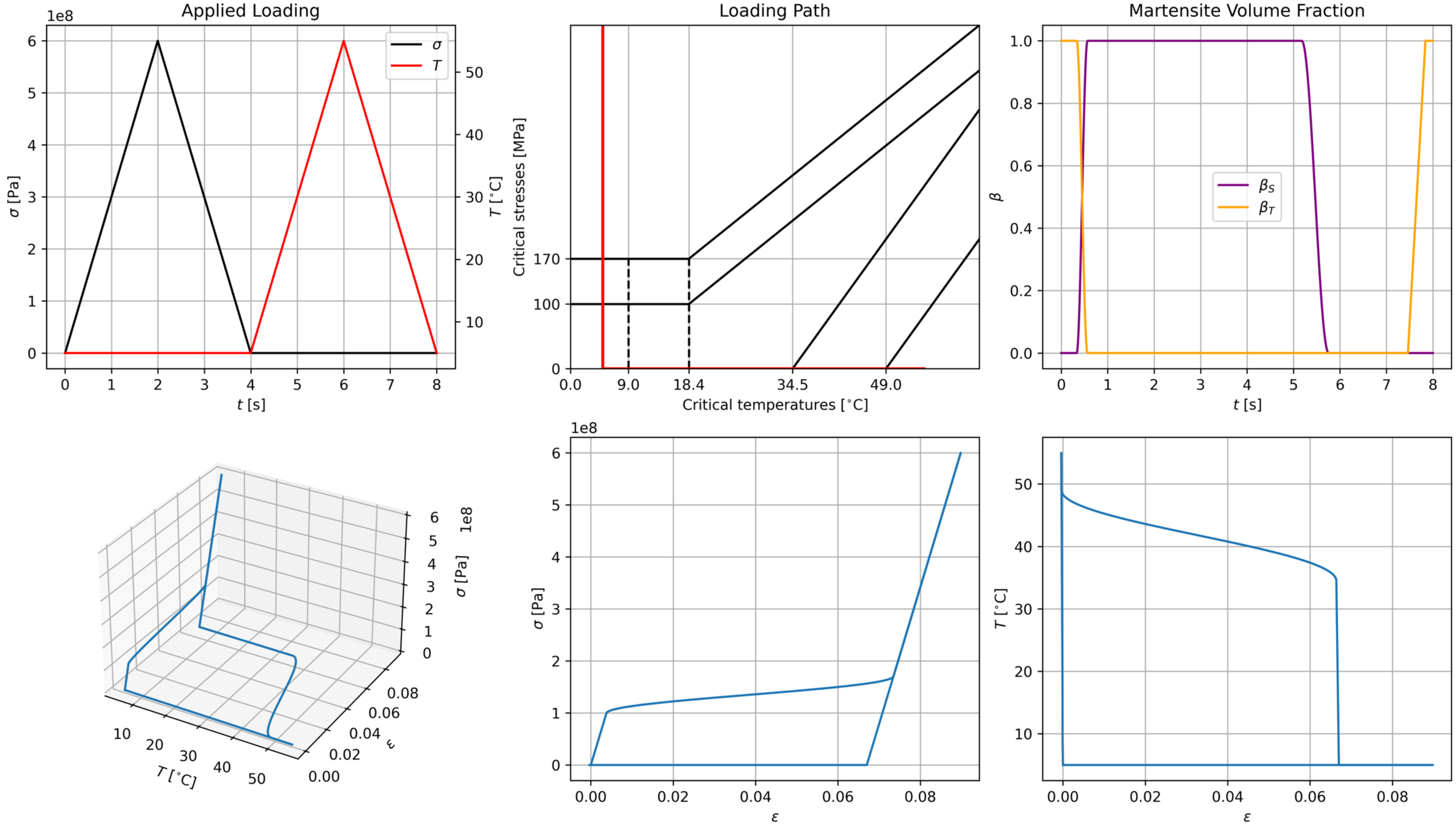
$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{\beta_0}(\beta_0 - \beta)$$



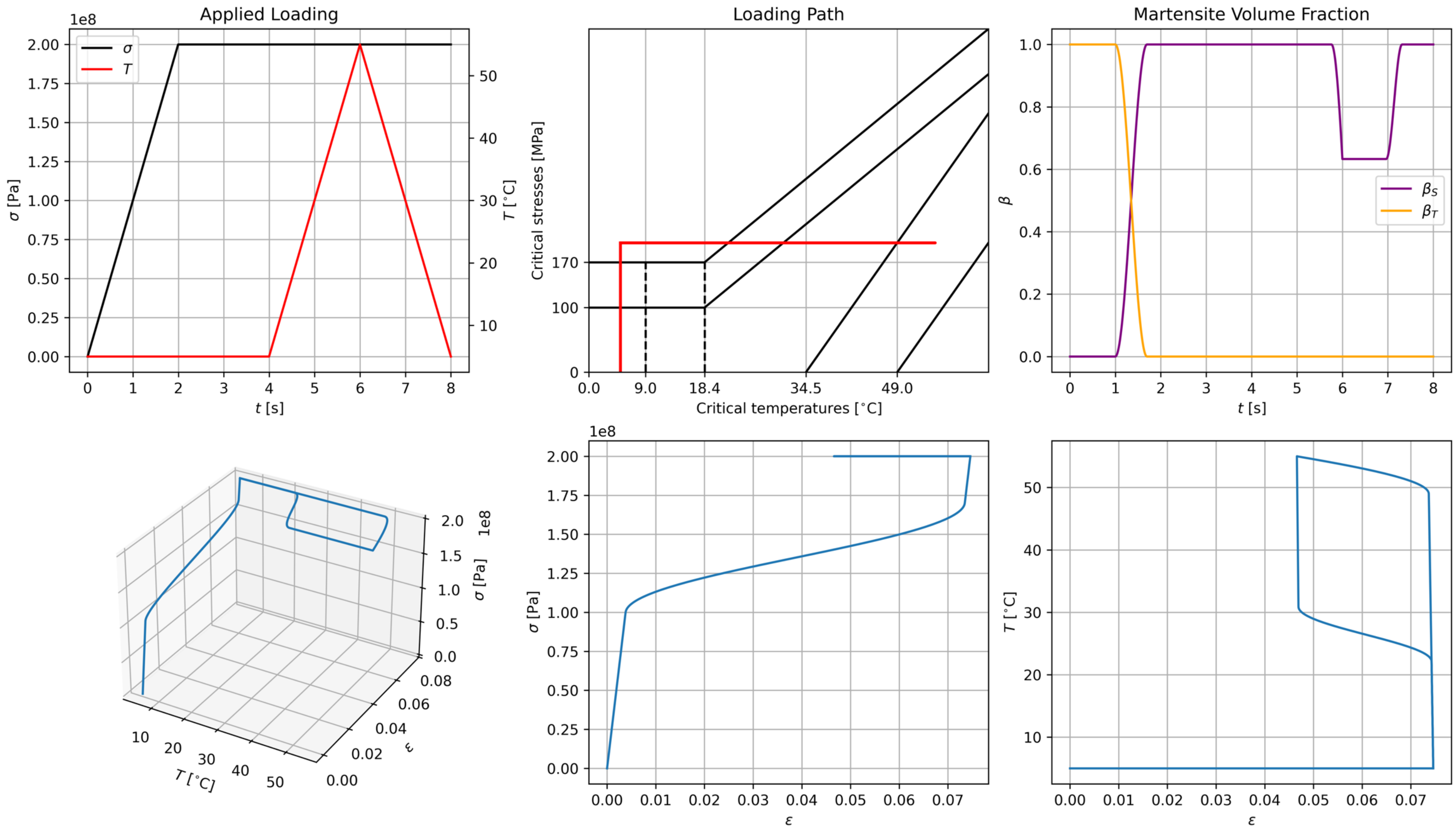
Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



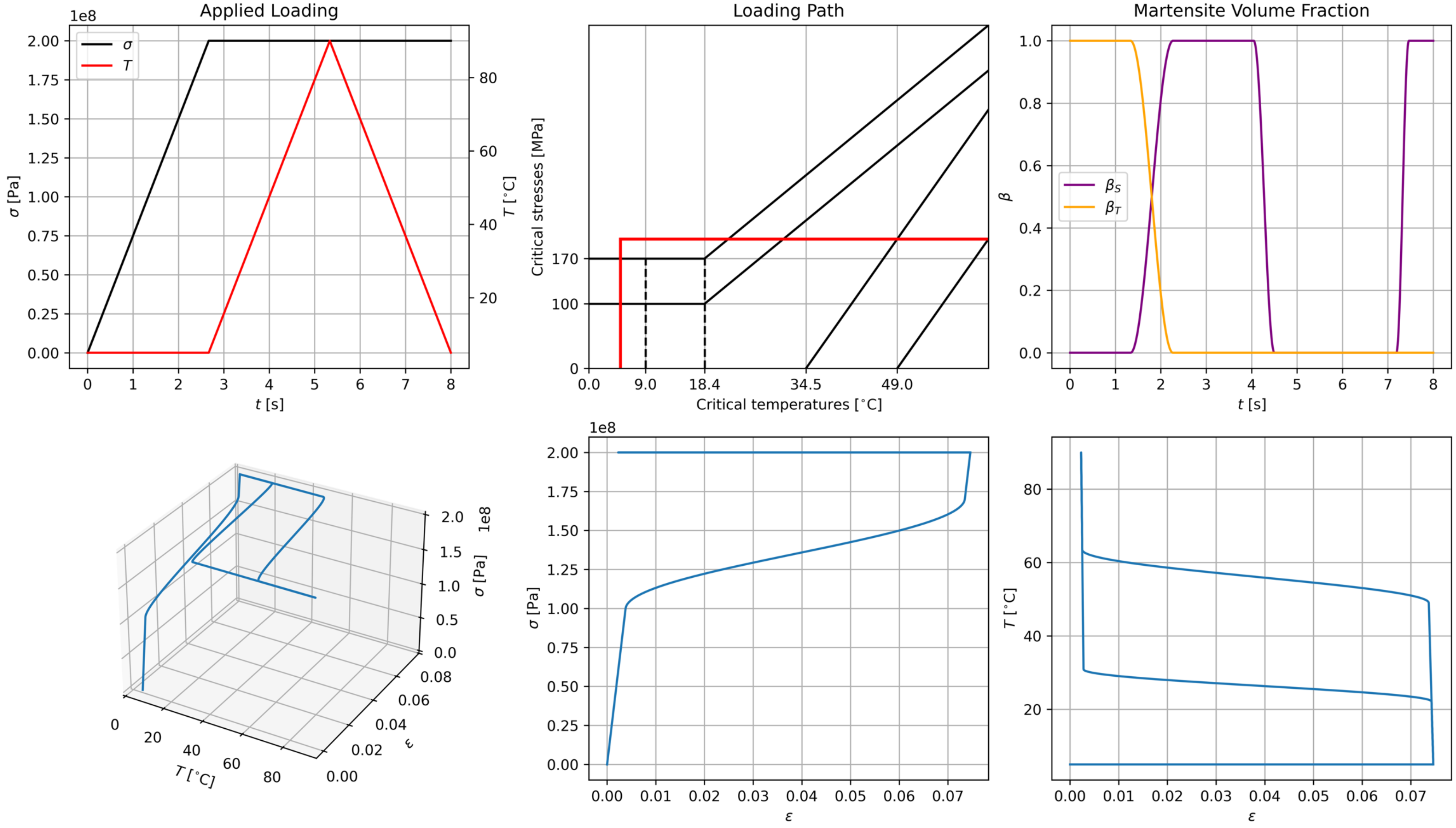
Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



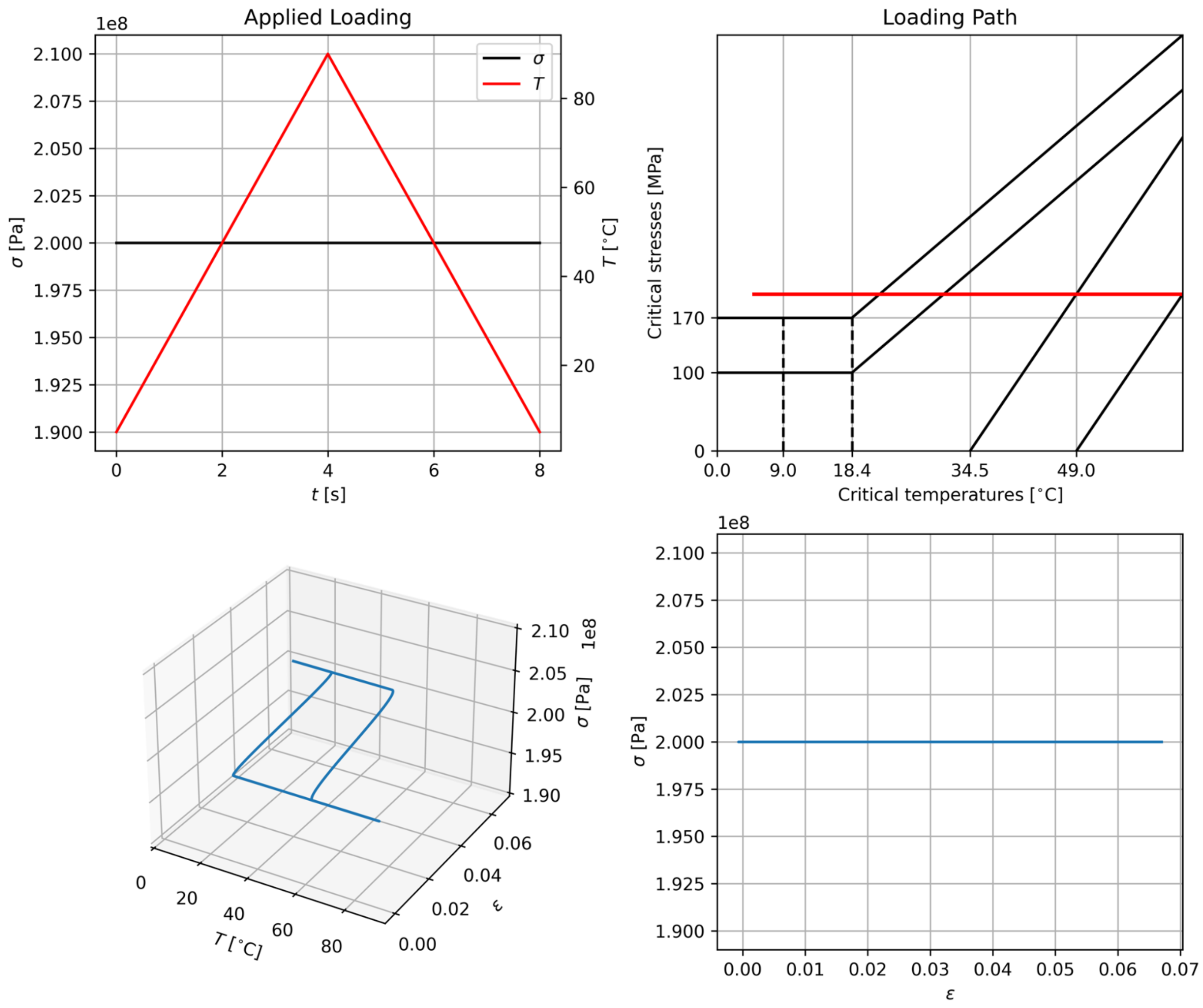
Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



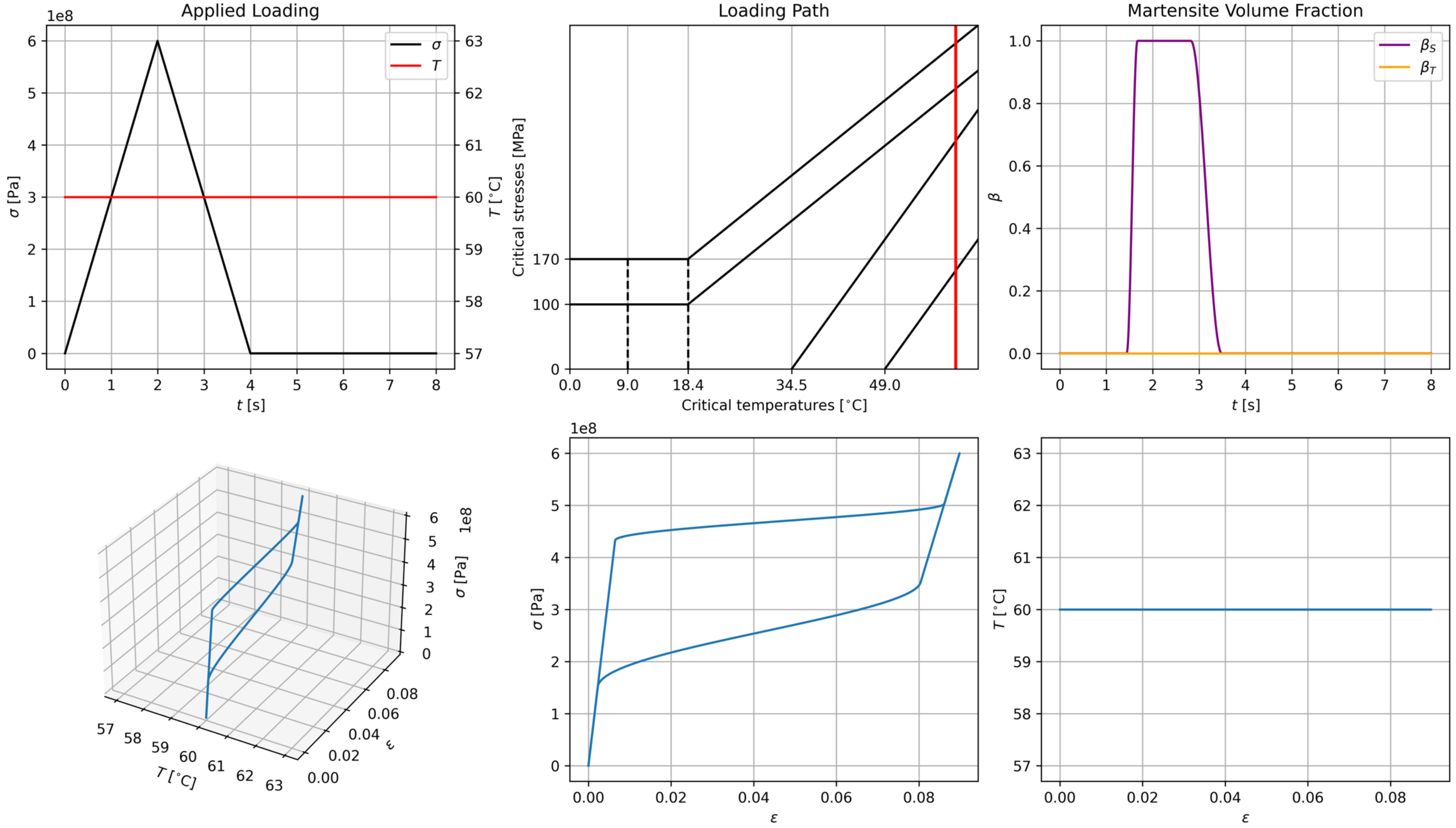
Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)



Modelo de Cinética de Transformação Assumida de Brinson (1993)