Lista 2 - Mecânica de Sistemas Inteligentes (COM 783)

Prof. Luã G. Costa
Universidade Federal do Rio de Janeiro
lgcosta@mecanica.coppe.ufrj.br

Diretrizes

- **Data de entrega:** Até o dia 12 de setembro de 2025 (sexta-feira, último dia do período);
- **Formato:** Relatório em PDF, acompanhado dos respectivos códigos-fonte utilizados;
- **Meio de envio:** Repositório online (como GitHub ou GitLab), contendo todos os arquivos utilizados (imagens, relatório, códigos, etc). O link do repositório deve ser enviado por e-mail;
- **Linguagem de programação:** Livre escolha.

Modelos Constitutivos

1. Utilizando os conceitos discutidos em sala, obtenha do modelo constitutivo linear para materiais magnetoestrictivos a partir da determinação de uma energia livre e da desigualdade de Clausius-Duhem.

2. Ligas com memória de forma são um grupo de materiais que possuem acoplamento termomecânico caracterizado por transformação de fase em estado sólido. Diversos fenômenos físicos estão associados a estes materiais, e, por consequência disso, muitos modelos foram propostos ao longo dos anos para descrever esses materiais. Nesse contexto, implemente o modelo com cinética assumida descrito em Brinson (1993). Mostre o efeito pseudoelástico (carregamento puramente mecânico em temperatura austenítica) e o efeito memória de forma (fase inicial martensítica não-maclada). Os seguintes parâmetros devem ser utilizados::

Módulos	Deformação Residual Máxima
$E_a = 67 \times 10^3$ MPa $E_m = 26.3 \times 10^3$ MPa $\theta = 0.55$ MPa/°C	$\varepsilon_R = 0.067$
Temperaturas de Transformação	**Constantes de Transformação**
$M_f = 9$°C $M_s = 18.4$°C $A_s = 34.5$°C $A_f = 49$°C	$C_M = 8$ MPa/°C $C_A = 13.8$ MPa/°C $\sigma_s^{cr} = 100$ MPa $\sigma_f^{cr} = 170$ MPa

Aplicações em Contextos Dinâmicos

3. Materiais piezoelétricos podem ser utilizados no contexto de colheita de energia. A estrutura típica utilizada para esse fim são os osciladores eletromecânicos que podem ser modelados pelo seguinte sistema de equações eletromecânicas:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) - \vartheta v(t) = A\sin(\omega t) \\ &C_p\dot{v}(t) + \frac{v}{R} + \vartheta\dot{x}(t) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Nesse sistema, ζ é o coeficiente de dissipação (amortecimento), ω_n é a frequência natural do oscilador, ϑ é o acoplamento eletromecânico por unidade de massa do elemento piezoelétrico,

C_p é a capacitância equivalente do elemento piezoelétrico, e R é a resistência equivalente do circuito. Além disso, A e ω são a amplitude de aceleração e a frequência da excitação, ambas da base na qual o oscilador está acoplado, respectivamente.

Essas equações podem ser modificadas com o objetivo de incorporar elementos não lineares que costumam aumentar efetivamente o desempenho desse tipo de sistema. Um tipo de não-linearidade comumente utilizada é uma força de restituição não linear, que pode resultar em uma carasterística multiestável. Um modelo de coletor biestável é apresentado abaixo:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) - \alpha x(t) + \beta x(t)^3 - \vartheta v(t) = A\sin(\omega t) \\ &C_p\dot{v}(t) + \frac{v}{R} + \vartheta\dot{x}(t) = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Aqui, α e β são os novos coeficientes de restituição que tornam o sistema biestável.

Outro tipo de estratégia não-linear que pode ser utilizada para aumentar o desempenho desses sistemas é a adição de uma característica não-suave através, por exemplo, de um batente.

$$\begin{aligned} &\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) - \vartheta v(t) = A\sin(\omega t), \text{ se } x(t) < g \text{ (não há contato)} \\ &\ddot{x}(t) + 2(\zeta\omega_n + \zeta_b\omega_b)\,\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) + \omega_b^2\,[x(t) - g] - \vartheta v(t) = A\sin(\omega t), \text{ se } x(t) \geq g \text{ (há contato)} \\ &C_p\dot{v}(t) + \frac{v}{R} + \vartheta\dot{x}(t) = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Nesse caso, as características do batente são representadas pelo subscrito $\square_b$. Além disso, a distância entre o oscilador e o batente é definida por g.

Em geral, o desempenho global desses coletores é medido em termos potência média dissipada no circuito, feita no regime permanente, sendo expressa pela seguinte equação:

$$P_m = \frac{1}{t_f - t_0}\int_{t_0}^{t_f} \frac{v(t)^2}{R}\,dt = \frac{v_{RMS}^2}{R} \tag{4}$$

A potência média é medida para diferentes valores de frequências de excitação, ω, montando um diagrama $P_m \times \omega$. Quanto maior o número de frequências próximas que apresentem uma alta potência média, maior é a largura de banda do dispositivo. Nesse sentido, compare as respostas dos 3 sistemas de colheita apresentados. Mostre comparações para diferentes valores de A, ω, e g. Utilize os seguintes parâmetros como referência (modifique, caso necessário):

Parâmetros Gerais	Valor	Unidade
ζ	0.025	–
ω_n	25	rad/s
ϑ	0.0045	N/V
C_p	4.2×10^{-8}	F
R	100×10^3	Ω
A	$2.5 \to 9.81$	m/s^2
ω	$5 \to 45$	rad/s
Parâmetros (Biestável)	**Valor**	**Unidade**
α	1	N/(m · kg)
β	10000	N/(m^3 · kg)
Parâmetros (Não-suave)	**Valor**	**Unidade**
ζ_b	0.025	–
ω_b	5000	rad/s
g	$0.001 \to 0.01$	m

4. O modelo constitutivo polinomial proposto por Falk (1980) é uma alternativa viável para modelagem de sistemas dinâmicos compostos por materiais com memória de forma devido a sua simplicidade. O modelo de oscilador abaixo possui uma força de restituição de acordo com esse modelo de SMAs:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\dot{x}(t) + a\,(T - T_m)\,x(t) - bx(t)^3 + \frac{b^2}{4a\,(T_a - T_m)}x(t)^5 = A\sin(\omega t) \tag{5}$$

Mostre como um oscilador com memória de forma pode ser utilizado para atenuação de vibrações. Utilize os seguintes parâmetros como referência (modifique, caso necessário):

Parâmetros	Valor	Unidade
ζ	0.025	–
A	$2.5 \to 9.81$	m/s^2
ω	$1 \to 100$	rad/s
a	15	N/(K·m·kg)
b	60×10^4	$N/(m^3 \cdot kg)$
T_a	313	K
T_m	287	K

References

Brinson, L. "One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable". *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 4, no. 2, pp. 229–242, 1993.

Falk, F. "Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys". *Acta Metallurgica*, vol. 28, no. 12, pp. 1773–1780, 1980.