

Lista de Exercícios 2 - Dinâmica I (EEK243)

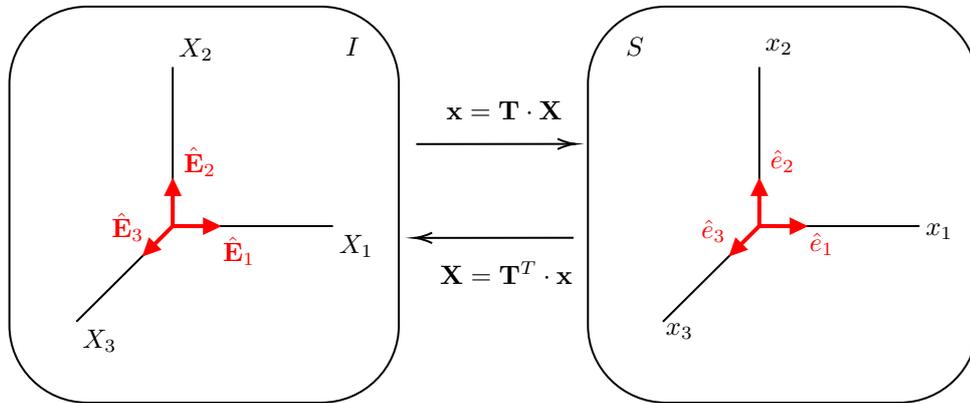
PROF. LUÃ G. COSTA

Federal University of Rio de Janeiro

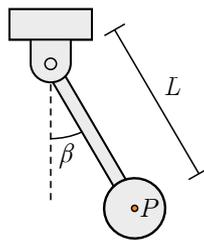
lgcosta@mecanica.coppe.ufrj.br

Cinemática

1. Considerando dois referenciais, I e S, sendo estes associados às bases $\hat{\mathbf{E}}_i$ e $\hat{\mathbf{e}}_i$, respectivamente. Derive os tensores de transformação, \mathbf{T} , para transformar um vetor \mathbf{u} descrito na base associada a I para a base associada a S, e vice-versa, para os seguintes casos:
 - (a) Translação de S em relação a I
 - (b) Rotação de S em relação a I em torno da direção 1
 - (c) Rotação de S em relação a I em torno da direção 2
 - (d) Rotação de S em relação a I em torno da direção 3

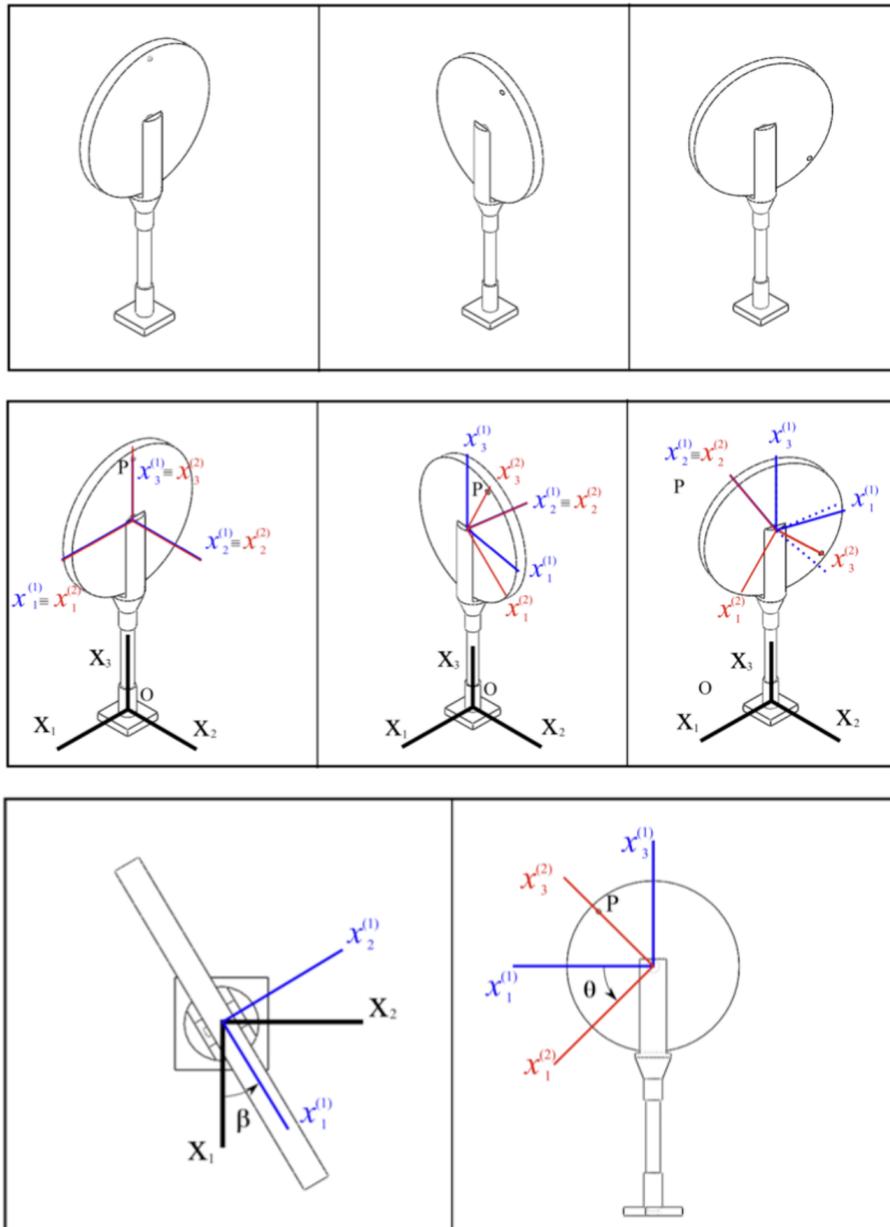


2. Considere o pêndulo plano descrito pela figura abaixo. Determine os seguintes tópicos:



- (a) Estabeleça sistemas de referência necessários para determinar o estado do sistema;
- (b) Utilize os sistemas de referência do item anterior para determinar a velocidade e a aceleração absolutas de uma partícula, P , contida no centro da massa m do pêndulo;
- (c) Descreva a velocidade e aceleração absolutas da partícula P em todas as bases associadas aos sistemas de referência estabelecidos.

3. Considere o sistema mecânico 3-2 descrito na Figura abaixo, composto por um disco que gira sobre uma haste que também gira em torno de sua linha neutra.



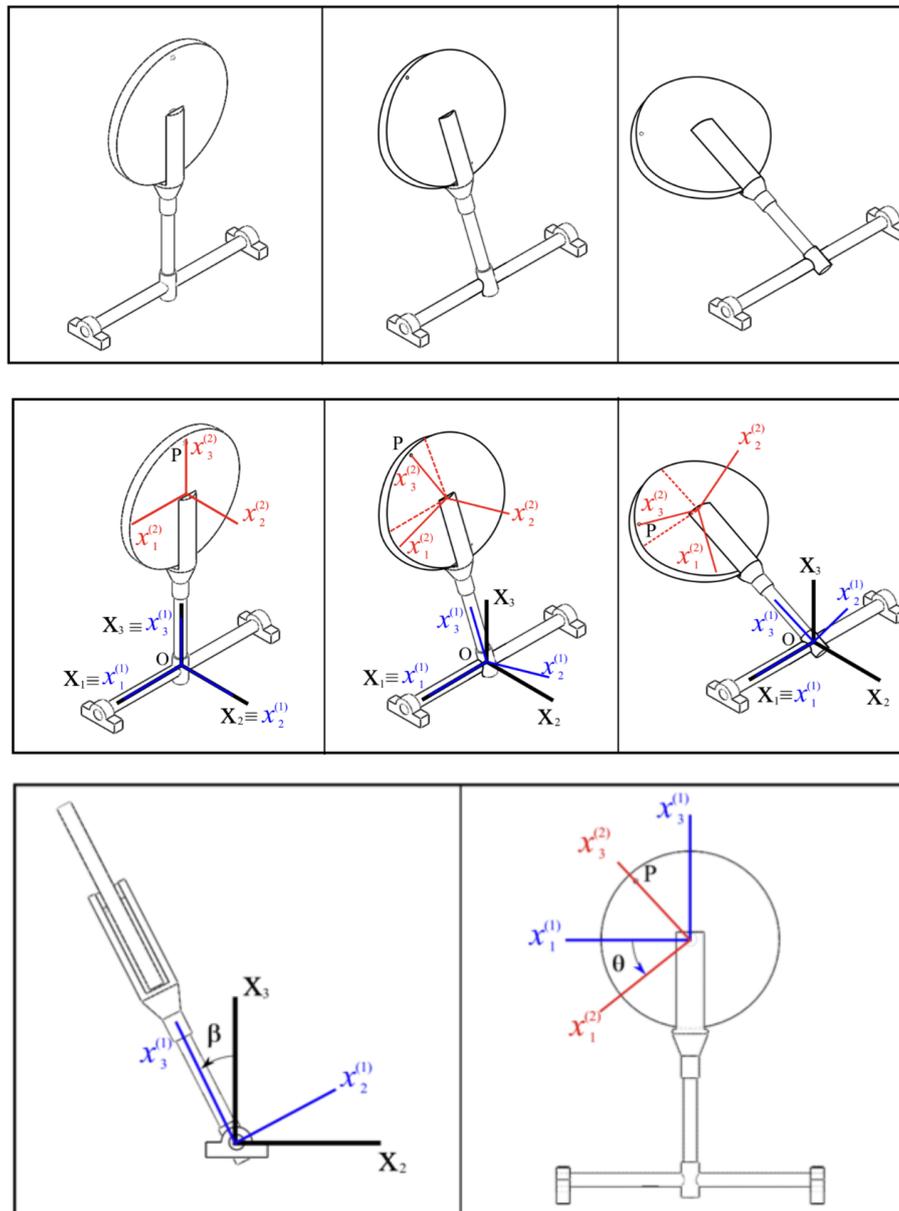
Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco);

Determine os seguintes tópicos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, e móvel 2).

- (d) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .
- (e) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
4. Considere o sistema do tipo 2-1, composto por um disco que gira sobre uma haste, que gira em torno de um eixo, conforme representado na Figura a seguir.

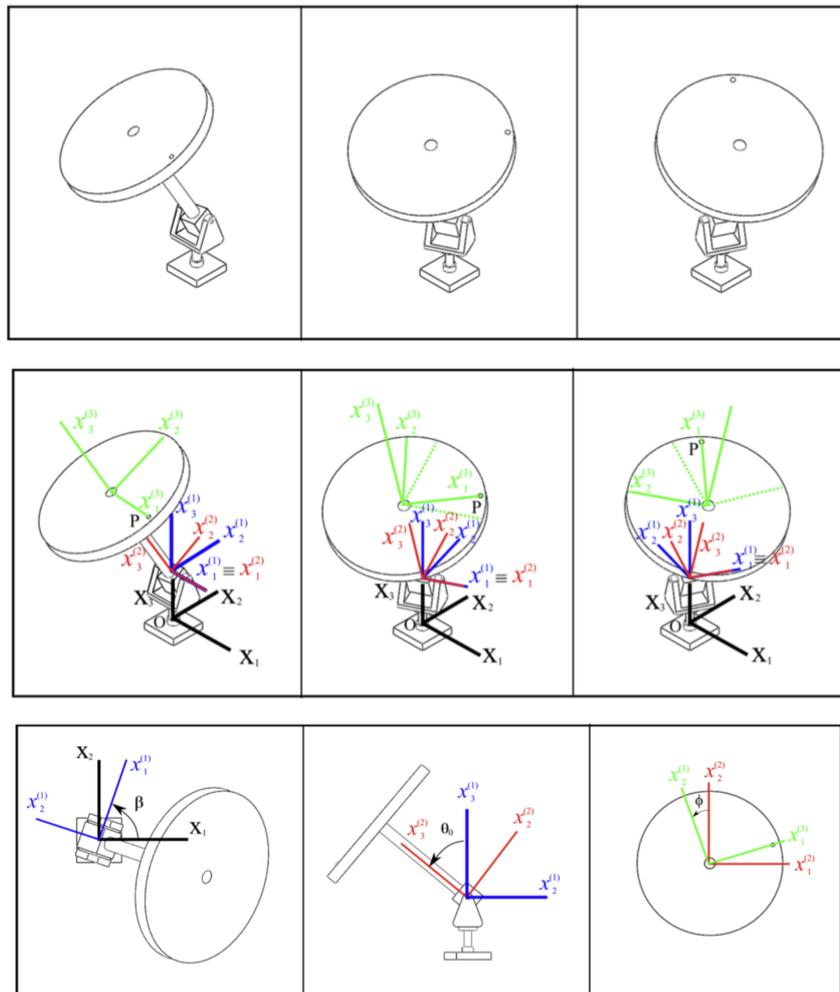


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco);

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

- (a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.
 - (b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.
 - (c) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1 e móvel 2).
 - (d) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .
 - (e) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
5. Considere um sistema mecânico 3-1-3 que apresenta um disco girante acoplado a uma haste inclinada que gira em relação à vertical, conforme representado na Figura a seguir.

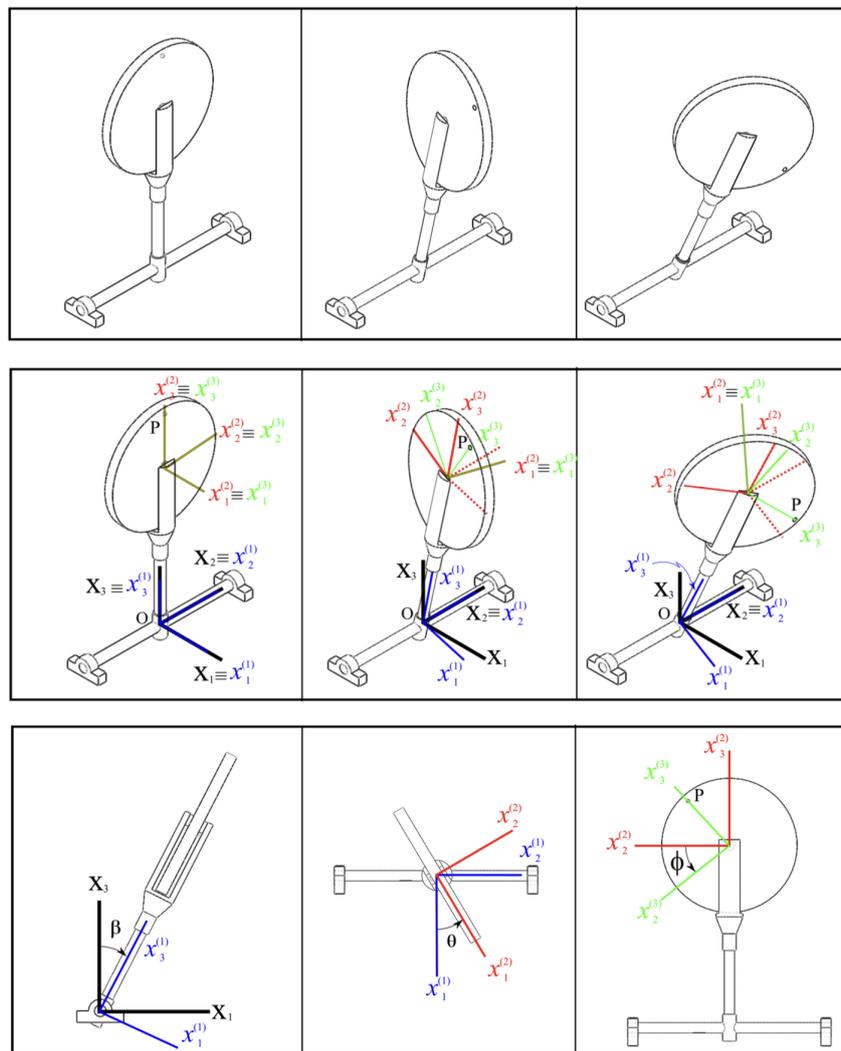


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário à haste giratória);
- $S_3(x_i^{(3)})$: Móvel 3 (Solidário ao disco).

Determine os seguintes tópicos:

- (a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.
 - (b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à base.
 - (c) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário a haste giratória.
 - (d) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).
 - (e) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .
 - (f) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
6. Considere o sistema mecânico da questão 3, com um grau de liberdade adicional, tornando-se um sistema 2-3-1, conforme ilustrado na figura a seguir:



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário ao eixo da base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário à haste giratória);

- $S_3(x_i^{(3)})$: Móvel 3 (Solidário ao disco).

Determine os seguintes tópicos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário ao eixo da base giratória.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário a haste giratória.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).
- Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base inercial, I .
- Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

Lembretes

Considere as formas gerais do teorema cinemático:

$$\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}\square = \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}\star + \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}\square \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}\square = \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}\star + \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}}\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}\star \times \left(\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}\square \right) + 2\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}\square \quad (2)$$